



Des modèles numériques pour étudier le système crânio-spinal

Stéphanie Salmon

Université de Reims Champagne-Ardenne
Laboratoire de Mathématiques UMR CNRS 9008



Poitiers, 21 Octobre 2021



Plan

- 1 Introduction et contexte
- 2 **Projet VIVABRAIN**
 - Présentation du projet
 - Des images à un maillage : l'outil AngioTK
 - Modélisation des écoulements veineux
 - Résultats numériques
- 3 **Projet HANUMAN**
 - Liquide Cérébro-Spinal
 - Modélisation sur l'humain
 - Résultats préliminaires sur le LCS
 - Modélisation sur l'animal
- 4 Conclusion

Plan

- 1 Introduction et contexte
- 2 **Projet VIVABRAIN**
 - Présentation du projet
 - Des images à un maillage : l'outil AngioTK
 - Modélisation des écoulements veineux
 - Résultats numériques
- 3 **Projet HANUMAN**
 - Liquide Cérébro-Spinal
 - Modélisation sur l'humain
 - Résultats préliminaires sur le LCS
 - Modélisation sur l'animal
- 4 Conclusion

Modélisation et simulation d'écoulements de bio-fluides.

Objectif : Mettre à la disposition du monde de la santé des **outils automatiques de simulation** de l'écoulement sanguin dans les vaisseaux, de l'écoulement du liquide cérébro-spinal,...

Pourquoi ?

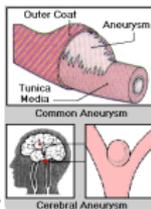
Maladies cardiovasculaires ou cardio-neurovasculaires = 1^{ère} cause de mortalité mondiale, 2^{ème} en France (1^{ère} pour les femmes).

(source <http://solidarites-sante.gouv.fr>).

Les simulations donnent accès à des informations impossibles à obtenir in vivo ou de manière non invasive.

Quelques exemples

- Aider à la compréhension du développement de certaines maladies (comme par ex. influence des facteurs hémodynamiques dans la création de sténoses ou la



rupture d'anévrismes).

- Aider à améliorer les diagnostics (hydrocéphalie, malformation artério-veineuse) et les traitements (ex : optimisation de la forme des implants endovasculaires).



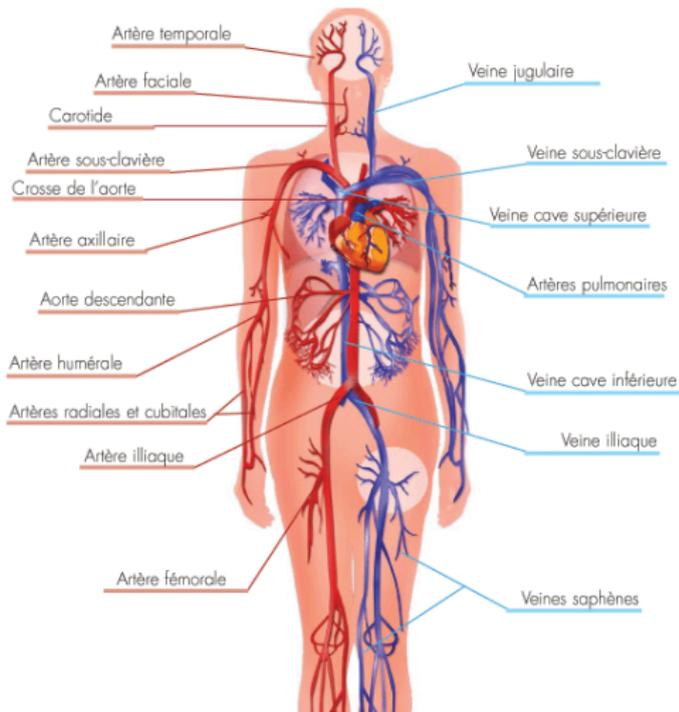
- Obtenir des informations complémentaires : expérimentation "in silico" !

Circulation sanguine

Système en circuit fermé qui assure le transport du sang.

Composantes :

- Artères : vaisseaux contenant le sang allant du cœur vers les organes/tissus
- Veines : vaisseaux contenant le sang allant des organes/tissus vers le cœur



Vascularisation du système nerveux central : artères

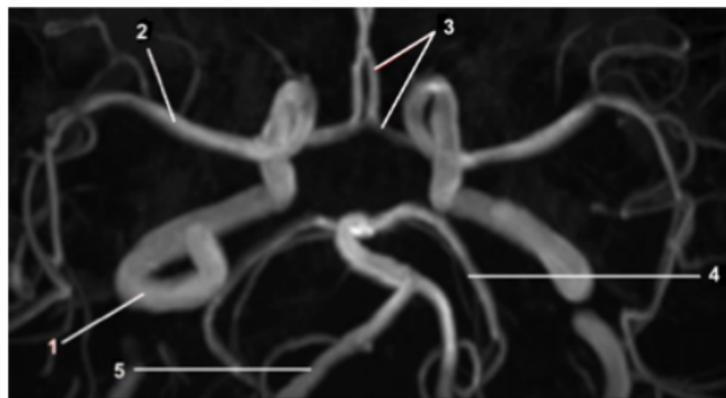
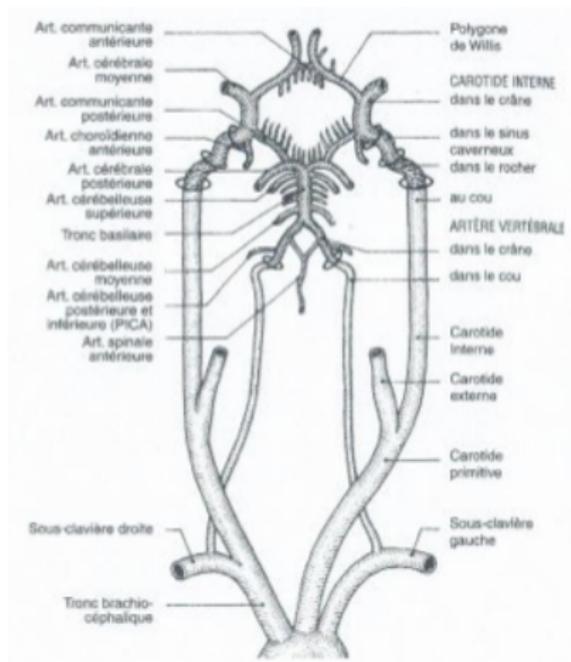
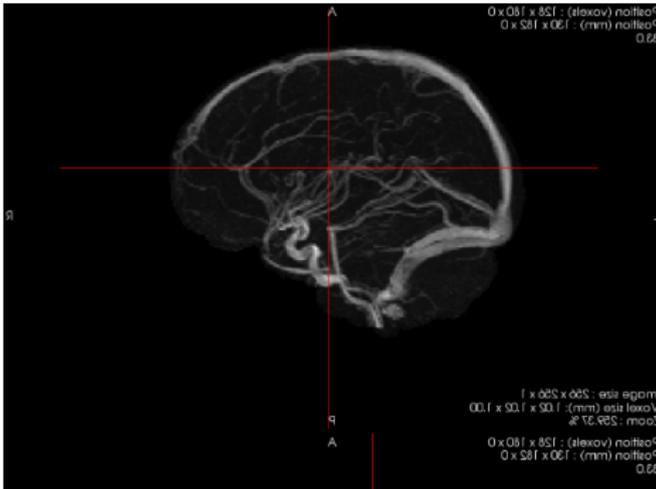


FIGURE 2.5 – ARM (Angiographie par Résonance Magnétique) par TOF (Time-Of-Flight) du polygone de Willis. 1, artère carotide interne. 2, artère cérébrale moyenne. 3, artère cérébrale antérieure. 4, artère cérébrale postérieure. 5, artère vertébrale.

Vascularisation du système nerveux central : artères



Vascularisation du système nerveux central : veines



Vascularisation du système nerveux central : veines

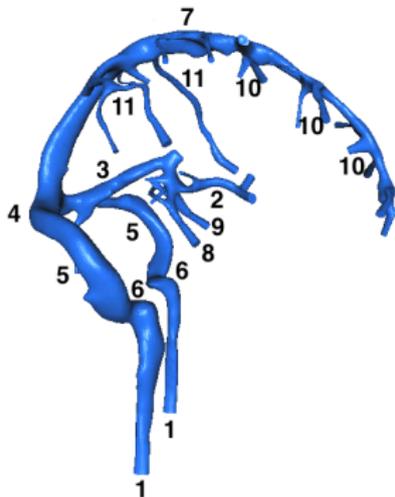


Figure: Cerebral venous network : 1, internal jugular veins. 2, inferior sagittal sinus. 3, straight sinus. 4, confluence of sinuses. 5, lateral sinus (transverse portion). 6, lateral sinus (sigmoid portion). 7, superior sagittal sinus. 8, internal cerebral vein. 9, basilar vein. 10, superior cerebral veins. 11, superior anastomotic veins.

Plan

- 1 Introduction et contexte
- 2 **Projet VIVABRAIN**
 - Présentation du projet
 - Des images à un maillage : l'outil AngioTK
 - Modélisation des écoulements veineux
 - Résultats numériques
- 3 **Projet HANUMAN**
 - Liquide Cérébro-Spinal
 - Modélisation sur l'humain
 - Résultats préliminaires sur le LCS
 - Modélisation sur l'animal
- 4 Conclusion

Le projet ANR VIVABRAIN

“Virtual angiography simulation from 3D and 3D+t brain vascular models”

<http://vivabrain.fr>

<http://www.agence-nationale-recherche.fr/Projet-ANR-12-MONU-0010>

VIVABRAIN en quelques chiffres

- Porteur : Nicolas Passat (CreSTIC - URCA)
- 57 mois (2013–2017)
- 1 M€

Principaux partenaires

- Reims : URCA (LMR, CreSTIC)
- Strasbourg : UNISTRA (ICube)
- Paris : ESIEE (LIGM)
- Grenoble : UGA (LJK)
- Lyon : Kitware SAS

Plan de travail

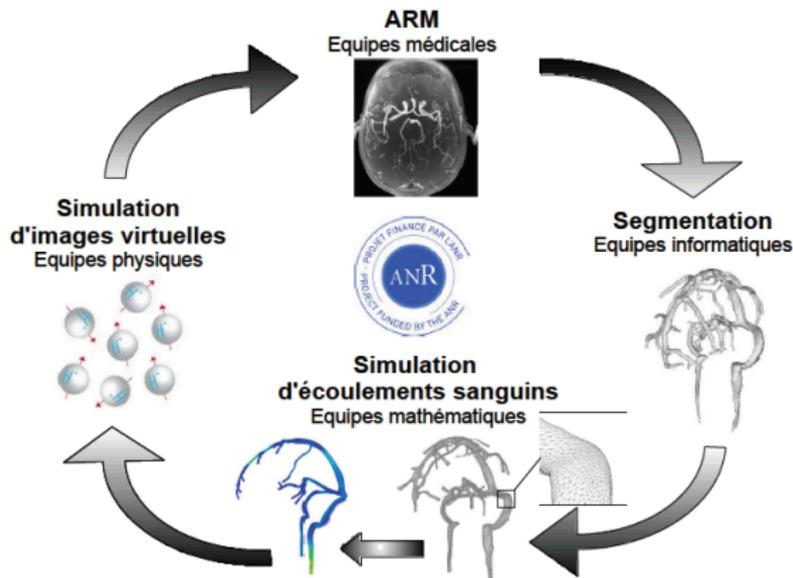


Figure: Chaîne de travail du projet VIVABRAIN.

Projet VIVABRAIN (fin en septembre 2017)

Simuler l'écoulement sanguin dans le réseau **cérébral** le plus complet possible (veineux et/ou artériel) ...

... et "boucler la boucle" : simuler l'acquisition des flux sanguins par des mécanismes d'IRM.

- ① Images de "synthèse" à comparer aux images de départ : validation de la chaîne de travail.
- ② Expertise des médecins et radiologues.
- ③ Constituer une base de données, librement accessible à la communauté informatique "segmentation" pour tester leurs algorithmes.

Nos particularités : travailler sur les écoulements sanguins cérébraux. Ne développer que du logiciel libre. <http://vivabrain.fr/>

Qu'est-ce que l'ARM ?

Deux types d'images (en fonction des séquences choisies) :

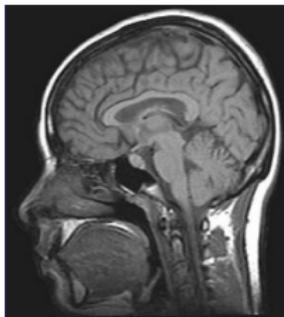


Figure: images anatomiques (morphologie).

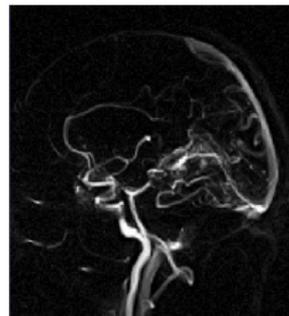


Figure: images fonctionnelles (flux sanguins ou flux de produits contrastants).

Outil : extension du logiciel JEMRIS

- open source, librement modifiable (=esprit du projet !)
- termes de Maxwell, diffusion moléculaire, bruit gaussien, mouvements du patient....

⇒ outil complet pour l'angiographie virtuelle.

Stöcker, T., Vahedipour, K., Pflugfelder, D., & Shah, N. J. (2010). High-performance computing MRI simulations. *Magnetic Resonance in Medicine*, 64(1), 186793. DOI

Thèse Alexandre Fortin, financement ANR, en co-direction avec Emmanuel Durand,



PUPH Université Paris-Sud XI, IR4M. Soutenue en Mai 2017.

Présentation du projet
IRM virtuelles d'après simulations numériques

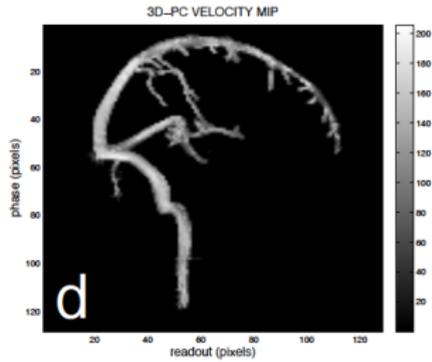
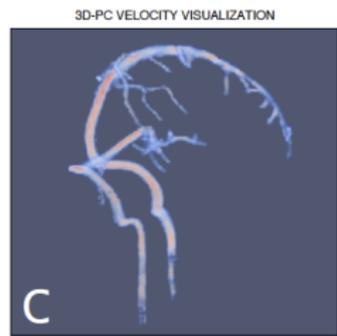
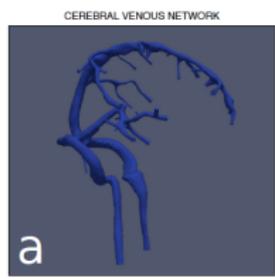
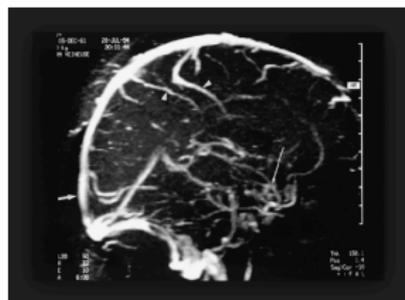


Figure: Images IRM virtuelles du réseau cérébral obtenu par JEMRIS après traitement des résultats de simulations numériques.

MT180

Alexandre Fortin : lauréat Champagne-Ardenne - Finaliste national de "Ma thèse en 180 secondes" en 2016.

<https://podcast.univ-reims.fr/videos/MEDIA160401094746827/multimedia/MEDIA160401094746827.mp4>

A. Fortin, S. Salmon, J. Baruthio, M. Delbany, E. Durand, Flow MRI simulation in complex 3D geometries: Application to the cerebral venous network, *Magnetic Resonance in Medicine*, DOI:10.1002/mrm.27114, 2018.

Des images à un maillage : l'outil AngioTK

Segmentation

Retrouver automatiquement dans une image la région d'intérêt : un organe, une tumeur, ici les vaisseaux sanguins ...

(Première partie de la) Thèse d'Olivia Miraucourt (soutenue en 2016)
Co-encadrée avec Hugues Talbot (ESIEE Paris) et Nicolas Passat (CreSTIC, Reims).
Thèse d'Odysée Merveille : filtrage RORPO.
encadrée par Hugues Talbot (ESIEE Paris) et Nicolas Passat (CreSTIC, Reims).

Des images à un maillage : l'outil AngioTK

Sténose sinus transverse : image pré-opératoire.

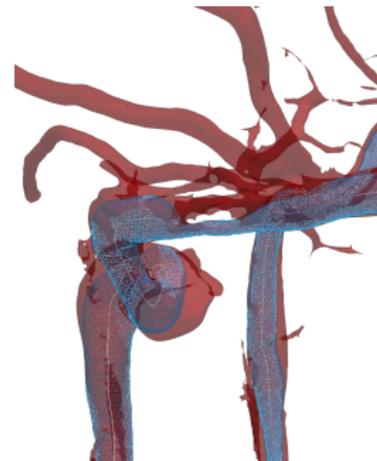
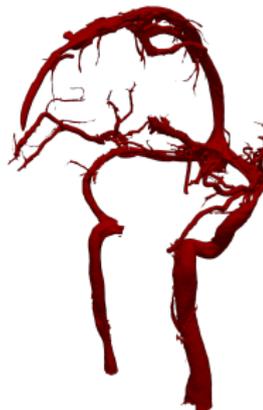
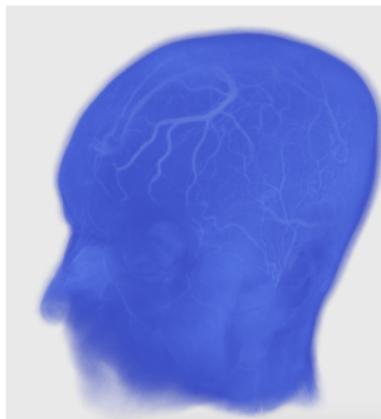


Figure: Patient du Dr Raphaël Blanc - radiologue diagnostique et interventionnel Hôpital Fondation Adolphe de Rothschild. image de départ - image filtrée - zoom sur la sténose - Guillaume Dollé (LMR).

Des images à un maillage : l'outil AngioTK

Traitement du maillage - version 2021 : image post-opératoire.

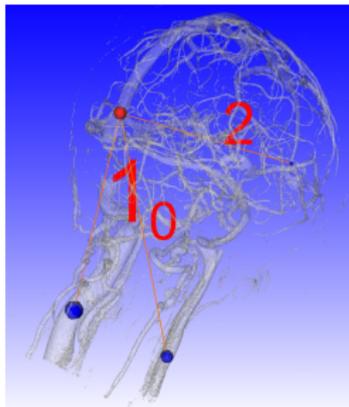
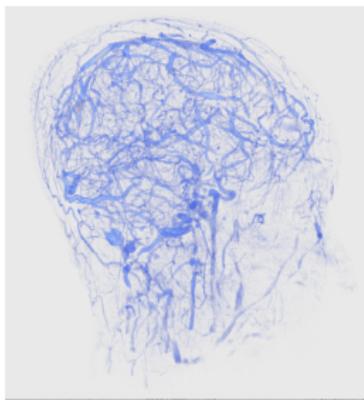


Figure: AngioTK : image de départ filtrée - choix des graines - Lignes centrales : artéfact dû au stent - Guillaume Dollé (LMR).

Des images à un maillage : l'outil AngioTK

Traitement du maillage - version 2021.



Figure: Image post-opératoire : correction artéfact dû au stent - Maillage du stent - Guillaume Dollé (LMR).



Des images à un maillage : l'outil AngioTK

Traitement du maillage.

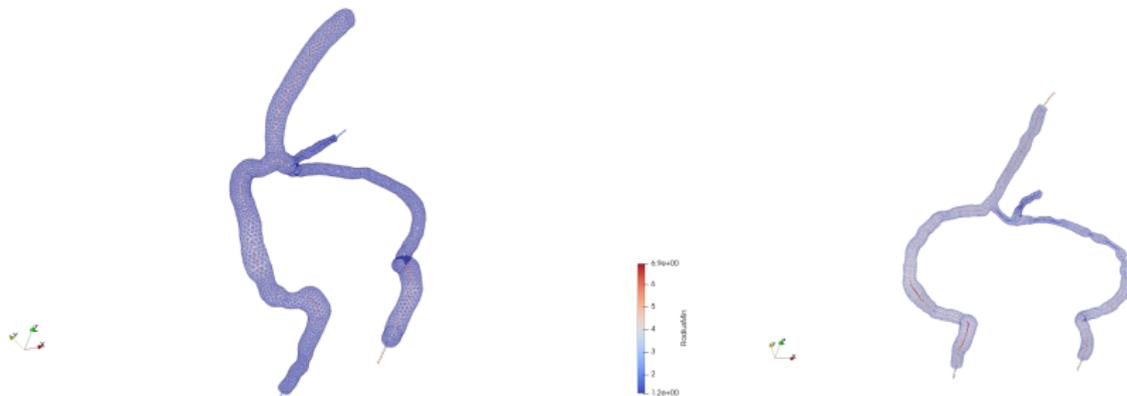


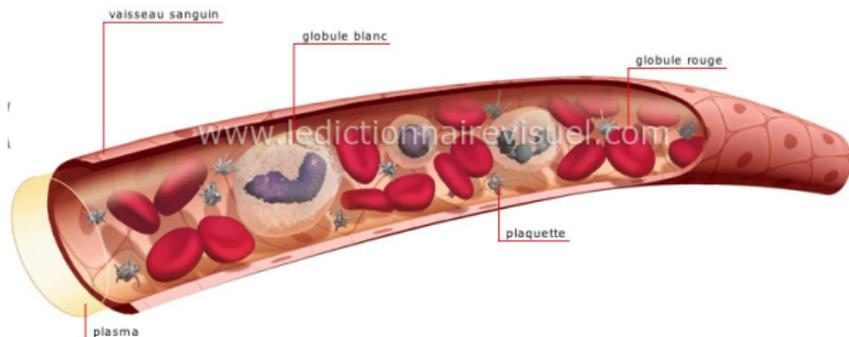
Figure: Maillage des sinus AngioTK - Guillaume Dollé (LMR) - À partir des lignes centrales et des rayons : témoins 2 et 6 - Olivier Balédent CHU Amiens.

Écoulements sanguins

Sang = suspension concentrée de cellules

- * globules rouges (hématies),
- * globules blancs (leucocytes),
- * plaquettes.

(10^3 fois plus d'hématies que de leucocytes).



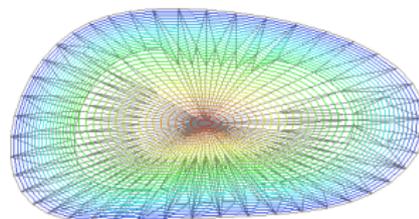
⇒ Fluide non-newtonien.

Mais le caractère multiphasique ne devient important que dans les petits vaisseaux !

⇒ Fluide homogène et newtonien, incompressible.

Écoulements sanguins veineux

En général, très peu étudié, peu connu.



- Section elliptique (car collabable !).
- Présence de valves pour empêcher les flux retour dans les jambes mais pas dans le cerveau (?).
- Variabilité inter-individuelle très importante.
- Comportement différent en fonction de la position.

Écoulements sanguins : fluide/structure ou fluide seul ?

Vaisseaux sanguins : solide élastique en (grande) déformation.

⇒ Interaction fluide-structure.

Mais

- manque de données sur la structure dans la littérature (coefficients, paramètres),
- veines cérébrales = système très contraint
boîte crânienne + liquide cérébro-spinal

⇒ Plutôt "faire bien" simulation fluide seul en intra-crânien!.

Conditions limites : veines

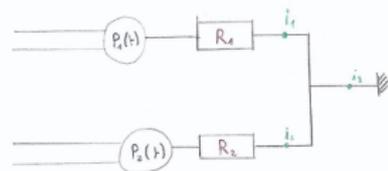
Entrée : vitesse provenant de la micro-circulation donc "petite".

Peau : paroi rigide donc non-glissement soit $U = 0$.

Sortie :

- ① libre,
- ② traction (=appel du cœur),
- ③ debout vs couché !
- ④ **Modèle 0D de Windkessel** = Analogie mécanique/électrique

Mechanical		Electrical	
Q	Flow rate	Intensity	I
P	Pressure	Tension	U
R	Resistance	Resistance	R
C	Compliance	Capacity	C



Enfin : équations de Navier-Stokes

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}) - \mu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad \text{in } \Omega \times [0, T] \\ \mathbf{u}|_{t=0} = \mathbf{u}_0 \quad \text{in } \Omega \\ + \text{Conditions Limites mêlées.} \end{array} \right.$$

où \mathbf{u} est la vitesse du fluide, p sa pression, ρ sa densité, μ sa viscosité dynamique et \mathbf{f} une force volumique appliquée (gravité par exemple).

La vitesse initiale \mathbf{u}_0 doit être à divergence nulle.

Stabilité des schémas

Balance d'énergie du système de Navier-Stokes :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\rho}{2} \int_{\Omega} |u|^2 \right) + \mu \int_{\Omega} |\nabla u|^2 + \int_{\partial\Omega} \left(p n - \mu \frac{\partial u}{\partial n} \right) u = 0 \quad (1)$$

Dans le cas de conditions limites de Dirichlet homogènes \implies conservation de l'énergie.

Dans les autres cas de conditions mêlées \implies à démontrer.

(Travaux de S. Martin, C. Grandmont, J. Fouchet-Incaux, S. Garnotel, ...).

Méthode des caractéristiques pour Navier-Stokes.

Trouver $\mathbf{u}_h^{n+1} \in V_h \subset V = H_0^1(\Omega, \Gamma_D)$ et $p_h^{n+1} \in Q_h \subset L^2(\Omega)$,
 V_h et Q_h compatibles tels que :

$$\frac{\rho}{dt} \int_{\Omega} (\mathbf{u}_h^{n+1} - \mathbf{u}_h^n \circ X^n) \mathbf{v} + \mu \int_{\Omega} \nabla \mathbf{u}_h^{n+1} \cdot \nabla \mathbf{v} - \int_{\Omega} p_h^{n+1} \operatorname{div} \mathbf{v} = \int_{\Omega} \mathbf{f}^{n+1} \mathbf{v}$$

$$\forall \mathbf{v} \in V_h$$

$$\int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{u}_h^{n+1} q = 0$$

$$\forall q \in Q_h.$$

Méthode des caractéristiques (inconditionnellement stable), résolution directe.

Quarteroni A., *Numerical Models for Differential Problems*, MS & A vol. 2, Springer, 2009.

Algorithme réputé plus stable en conditions limites mêlées (thèse de J.

Fouchet-Incaux).

Programmation parallèle en Freefem++ (Pierre Mollo).

VALIDATION

Validation = Véritable problème dans les applications médicales !
 Comment valider les simulations numériques ?

- solutions analytiques \implies vérification,
 Page web algorithmes vérifiés de Olivia Miraucourt et Simon Garnotel, repris par Pierre Mollo :

<http://numtourcfd.univ-reims.fr/>

- comparaison entre différents logiciels \implies vérification,
 Validation croisée FreeFem++/Feel++, Simon Garnotel, Olivia Miraucourt, Ranine Tarabay (thèse co-direction Christophe Prudhomme, Marcela Szopos, financement ministère, IRMA Strasbourg).
- comparaison avec expériences \implies validation.

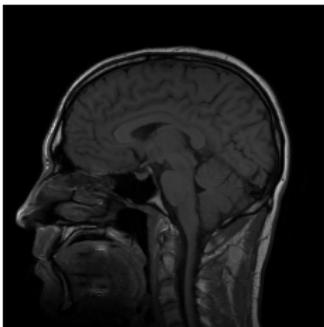
Vérification effectuée et validation de chaque étape du projet sur fantôme !

PHANTOM project: development and validation of the pipeline from MRA acquisition to MRA simulations Alexandre Ancel, Alexandre Fortin, Simon Garnotel, Olivia Miraucourt and Ranine Tarabay ESAIM: ProcS, 55 (2016) 1-22 DOI:

<https://doi.org/10.1051/proc/201655001>

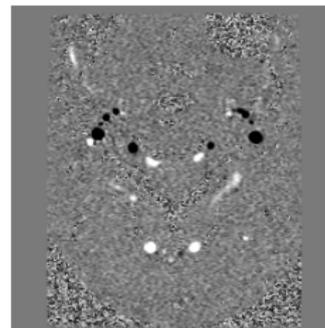
Données d'entrée

IRM morphologique



Intensité du pixel en fonction des tissus.

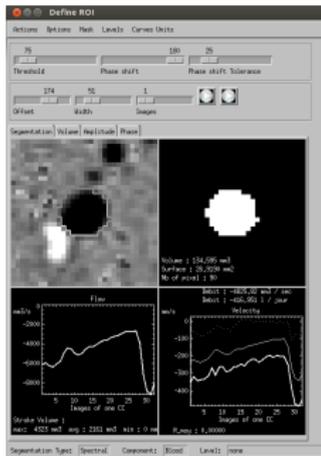
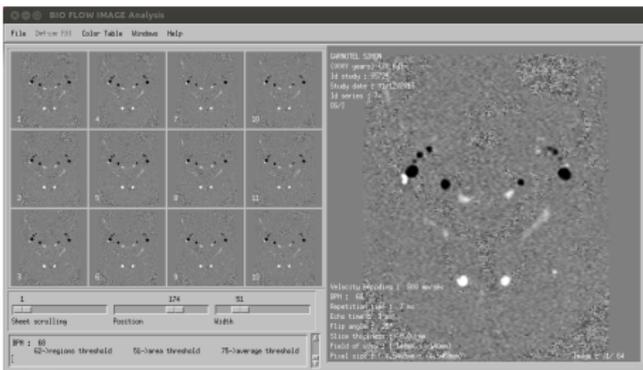
IRM de flux (PC : Phase Contrast)



Intensité du pixel proportionnelle à la vitesse.

Résultats numériques

Flow Analysis : logiciel libre développé par Olivier Balédent.



Fonctionnalités :

Segmentation automatique, antialiasing, calcul de vitesses, débits, volumes, exportation des données (format txt, slk), ...

Disponible gratuitement sur <http://www.tidam.fr/software.htm>

Résultats numériques

Données d'entrée et de sorties.

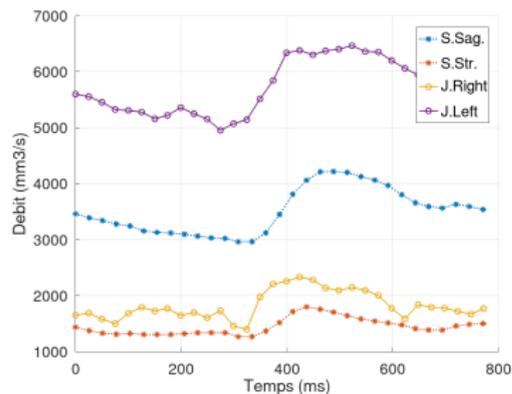
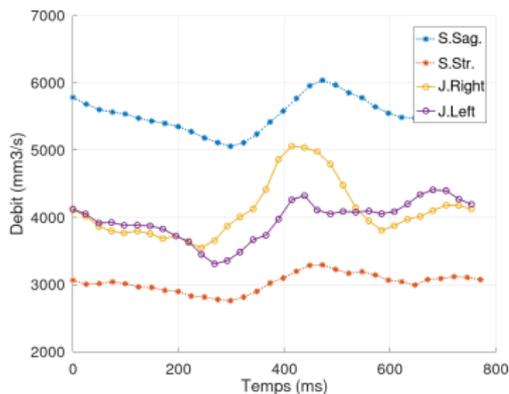


Figure: Données d'entrée (T2 et T6): mesures de débit- Olivier Balédent (Amiens).

Résultats numériques

Résultats numériques

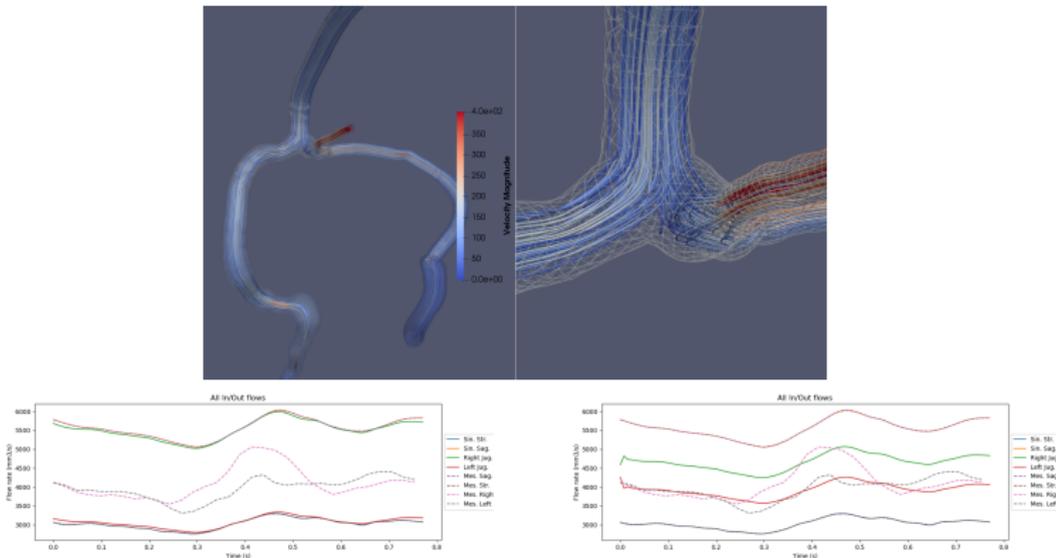


Figure: 160 000 dof avec 4 coeurs = 2.5sec / itération (1.5sec / itération sur Romeo). 1 120 000 dof avec 4 coeurs -sur Romeo = 15sec / itération.

Pourquoi de telles simulations ?

- Sortie avec compliances.
- Améliorer avec une traction plutôt qu'une sortie avec résistances.
- Réseau veineux \implies pression intra-crânienne.

Plan

- 1 Introduction et contexte
- 2 **Projet VIVABRAIN**
 - Présentation du projet
 - Des images à un maillage : l'outil AngioTK
 - Modélisation des écoulements veineux
 - Résultats numériques
- 3 **Projet HANUMAN**
 - Liquide Cérébro-Spinal
 - Modélisation sur l'humain
 - Résultats préliminaires sur le LCS
 - Modélisation sur l'animal
- 4 Conclusion

Le projet HANUMAN

Éléments clefs

- Human and Animal NUmERical Models for the crANio-spinal system
- Appel à projets PRC 2018 – CE45 – Mathématique, informatique, automatique, traitement du signal pour répondre aux défis de la biologie et de la santé.
- Les acteurs : LMR (Reims), CReSTIC (Reims), CHU Amiens, IMT et IMFT, CerCo (Toulouse), .
- <https://salmon.perso.math.cnrs.fr/hanuman.html>



Projet en cours

Objectif : développer un modèle numérique du système crânio-spinal valable à la fois sur l'humain et sur le marmouset.

Pour

- Vérifier l'adéquation du modèle animal pour l'humain.
- Etudier le vieillissement des structures vasculaires et cérébrales sur le marmouset (durée de vie = 10 ans)
- ...avant transfert des bio-marqueurs des maladies neuro-dégénératives sur l'homme.



Figure: Callithrix Jacchus

Liquide cérébro-spinal (LCS ou CSF)

Il est présent dans et autour du système cérébrospinal, dans le SAS et les ventricules.

Rôle :

- Protection mécanique (chocs et poids)
- Métabolisme (hormones, nutriments, ...)
- Immunité (anticorps, ...)

Composition :

- 99% d'eau
- 1% protéines, glucose, ...

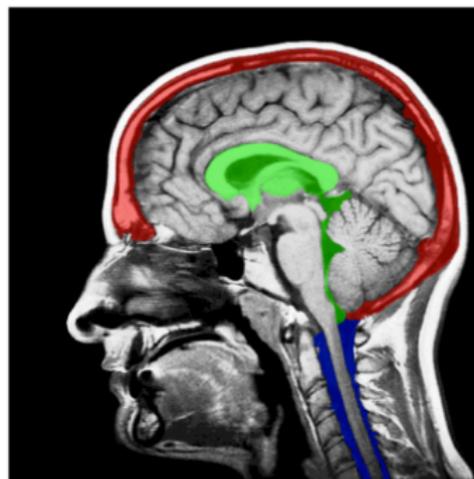
Volume $\sim 150\text{mL}$



Le système cérébro-spinal



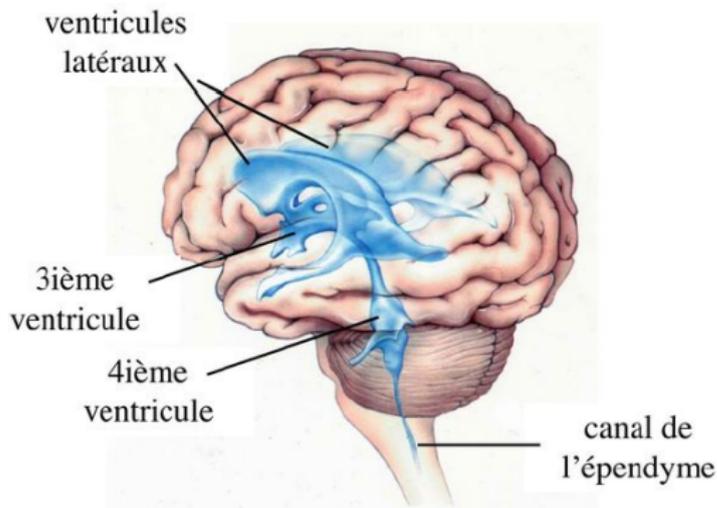
(a)



(b)

Figure: (a) IRM morphologique. (b) Représentation schématique des ventricules (vert), espaces sub-arachnoïdiens SAS (rouge) et espaces subarachnoïdiens spinaux (bleu).

Le LCS



Présent dans les méninges

- qui entourent le système cérébrospinal
- et forment une cavité autour du cerveau

C'est l'espace **subarachnoïdien** (SAS)

- Et dans les ventricules latéraux
- 3ème et 4ème ventricules

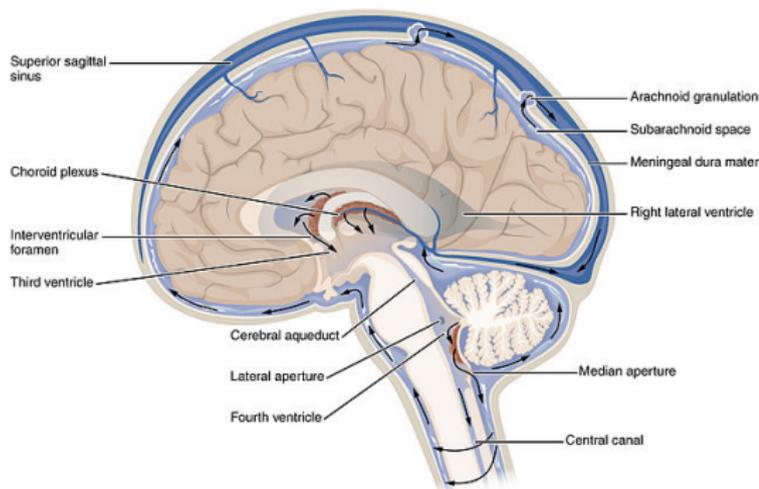
Communiquent entre eux et avec l'espace subarachnoïdien

Circulation lente

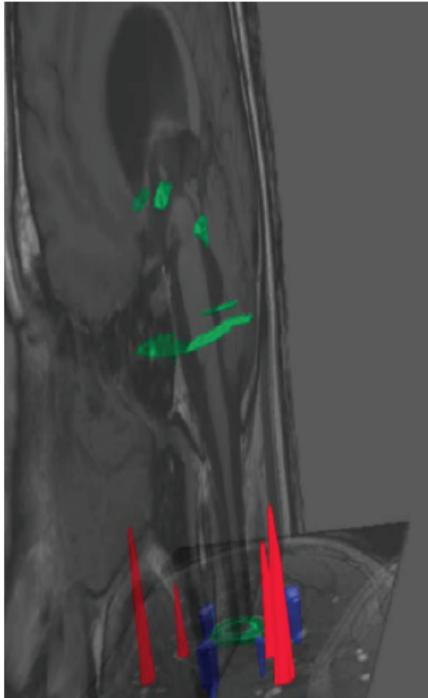
Sécrétion (principale) dans les plexus choroïdes.

Absorption (principale) dans les granulations arachnoïdiennes (Pacchioni).

Production de 500 ml/jour.
Donc renouvellement 3 à 4 fois par jour !



Circulation rapide



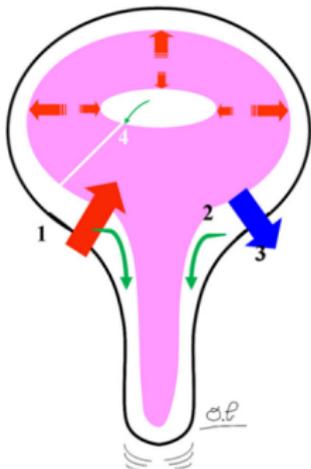
Provoquée par les pulsations cardiaques

Volume net déplacé nul

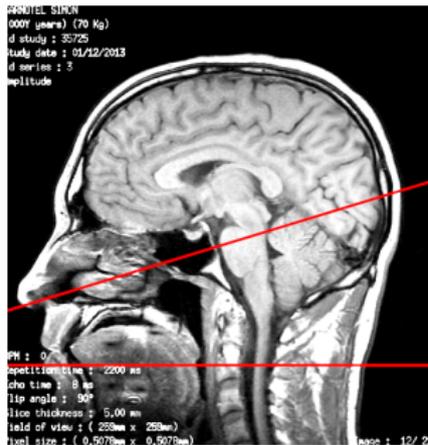
$$\int_{\text{CycleCardiaque}} Q(t) \cdot dt \approx 0$$

(± sécrétion/absorption, $6 \cdot 10^{-3}$ ml/s)

Déterminer les flux entrant et sortant de la boîte crânienne (en particulier de LCS).

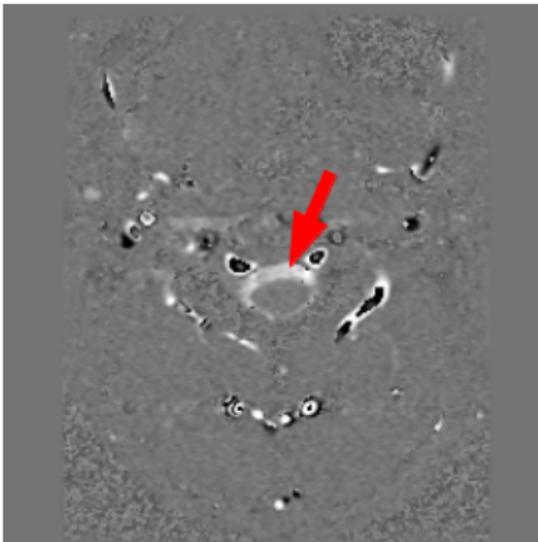


Plans de coupe

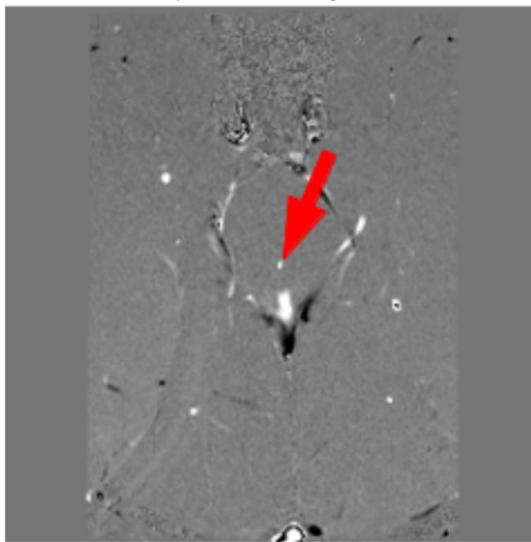


Liquide Cérébro-Spinal
Flux de LCS

Niveau C2-C3

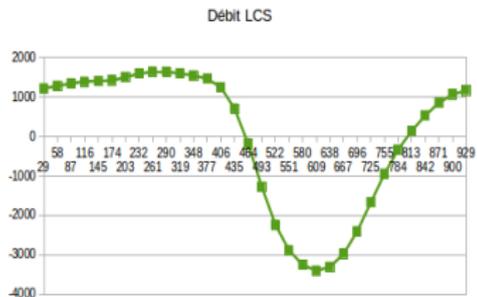


Aqueduc de Sylvius

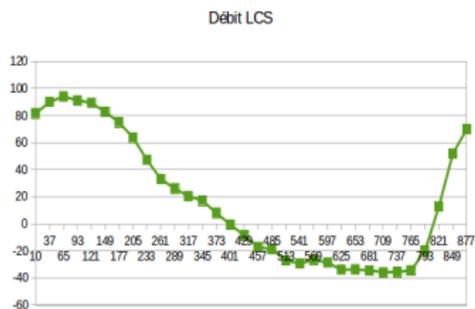


Liquide Cérébro-Spinal Flux de LCS

Niveau C2-C3



Aqueduc



Pression IntraCrânienne (PIC)

- La Pression IntraCrânienne (PIC) = pression du LCS.
- Paramètre vital qui assure le bon fonctionnement du cerveau.
- Régulée à chaque instant, d'où le mouvement de LCS suivant les pulsations cardiaques.
- Augmentation de la PIC \implies pathologies sévères !
- Lien fort avec les écoulements veineux ?
- Vieillesse des structures vasculaires et des compartiments liquidiens \implies dé-régulation !

Objectifs

1. Comprendre la pathogenèse de certaines pathologies cérébrales comme l'hydrocéphalie non obstructive : peut-il y avoir d'autres facteurs provoquant l'augmentation de volume de LCS dans les ventricules ?

⇒ Quelques éléments de réponse dans la thèse de S. Garnotel (2016).

⇒ Projet ANR HANUMAN (2018), thèse de P. Mollo.

2. Obtenir des informations sur la pression.

⇒ Quelques éléments de réponse dans la thèse de S. Garnotel (2016) !

⇒ Projet ANR HANUMAN (2018), thèse de P. Mollo.

3. Comprendre la régulation de la pression.

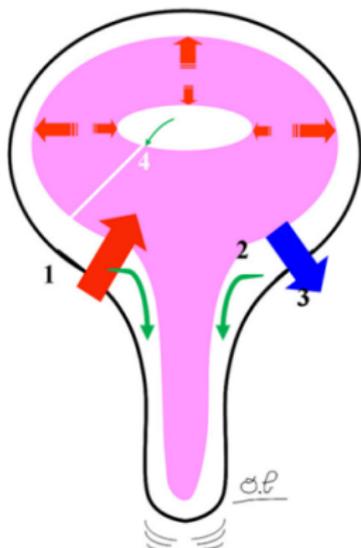
Hydrocéphalie :



Sujet sain :

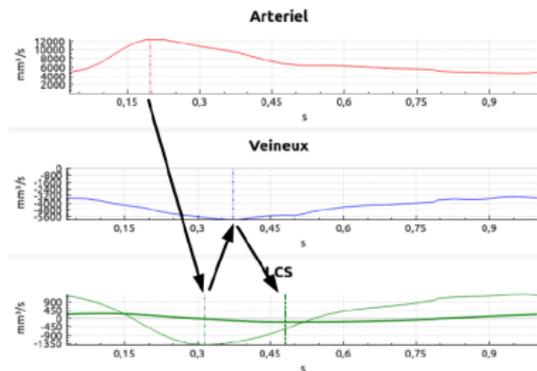


Modèle simplifié du système cérébrospinal



Chronologie :

- 1 : Flux artériel (systole)
- 2 : Flux de LCS spinal
- 3 : Flux veineux
- 4 : Flux de LCS cérébral



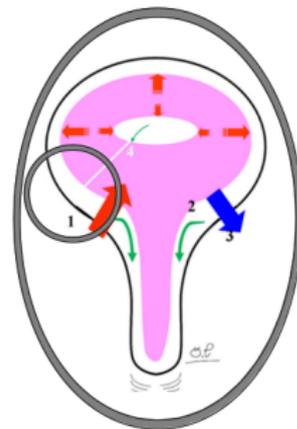
Pression intra-crânienne élevée = HyperPIC !

Hypothèses actuelles :

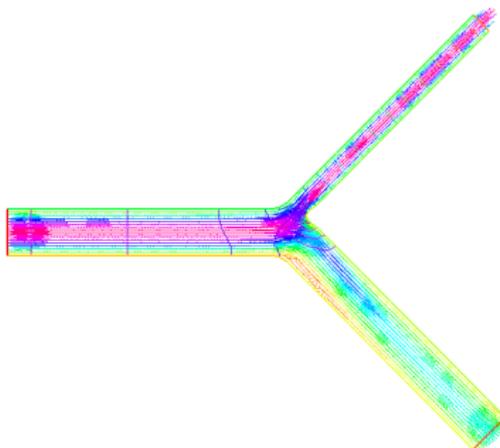
- Lien avec écoulements veineux d'où les simulations numériques sur les écoulements veineux de la première partie.
- Rigidification du système vasculaire.
- Influence du rythme cardiaque ?

Différents modèles :

- Local : répartition du LCS entre les différents compartiments
- Global : comportement du LCS dans le système cérébrospinal



Caractériser les flux



Où va le flux? Quand et Pourquoi?

En fonction de l'entrée

- Amplitude
- Rythme cardiaque

En fonction des sorties

- Compliances

(En fonction de la géométrie)

Hypothèse d'Olivier Balédent : influence du rythme cardiaque ! Impossible à vérifier *in vivo* pour des raisons éthiques et de plasticité.

Equations

Equation de la dynamique des fluides incompressibles (Navier-Stokes) : u vitesse et p pression.

$$(100 \leq \text{Re} \leq 650).$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + u \cdot \nabla u(x, t) - \mu \Delta u(x, t) + \nabla p = 0, \quad (x, t) \text{ dans } \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ \operatorname{div} u(x, t) = 0, \quad (x, t) \text{ dans } \Omega \times \mathbb{R}^+ \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad x \text{ dans } \Omega \\ + \text{ Conditions Limites.} \end{array} \right.$$

Choix actuel : FreeFem++ (<http://www.freefem.org>) .

Modèles 0D de Windkessel.

Pour ne pas faire du fluide structure : conditions limites spécifiques
[VignonClementel06]

Analogie mécanique/électrique

Mechanical		Electrical	
Q	Flow rate	Intensity	I
P	Pressure	Tension	U
R	Resistance	Resistance	R
C	Compliance	Capacity	C

Modèle 1D de la compliance

$$U = \frac{1}{C} \int_T i(t) dt$$

(capacité)

$$P = \frac{1}{C} \int_T q(t) dt$$

(compliance)

On applique la condition en pression (condition de Neumann).

Conditions limites (I)

Modéliser l'environnement confiné :

$$C_{\text{ventricules}}(t) = \frac{C_{\text{ventricules}}^0}{P_{\text{cerveau}}(t)}$$

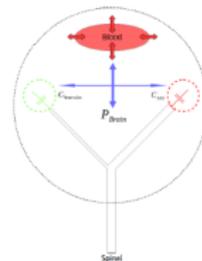
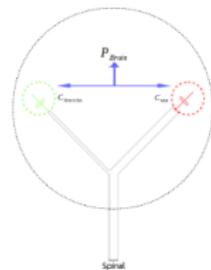
$$C_{\text{SAS}}(t) = \frac{C_{\text{SAS}}^0}{P_{\text{cerveau}}(t)}$$

$$P_{\text{cerveau}}(t) = f(V_{\text{ventricules}}(t), V_{\text{SAS}}(t))$$

Modéliser l'impact du volume sanguin :

$$P_{\text{cerveau}}(t) = f(V_{\text{ventricules}}(t), V_{\text{SAS}}(t), V_{\text{sang}}(t))$$

$$= P_0 e^{k(V_{\text{ventricules}}(t) + V_{\text{SAS}}(t) + V_{\text{sang}}(t))}$$



Conditions limites (II)

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} - p \mathbf{n} = \mathbf{g} \text{ sur } \Gamma_N$$

$$\text{avec } \mathbf{g} = \begin{cases} \left(\frac{1}{C_{Vent}(t)} \int_0^t \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, ds \right) \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma_{Vent} \\ \left(\frac{1}{C_{SAS}(t)} \int_0^t \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \, ds \right) \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma_{SAS} \end{cases}$$

Besoin d'algorithmes robustes car conditions limites mêlées.

Stabilité pour le problème discret de Stokes (un peu modifié).

Trouver $\mathbf{u}_h^{n+1} \in V_h \subset V = L^2(0, T; H_0^1(\Omega, \Gamma_D))$ et $p_h^{n+1} \in Q_h \subset L^2(0, T; L^2(\Omega))$,

$$\frac{\rho}{\Delta t} (\mathbf{u}_h^{n+1} - \mathbf{u}_h^n) - \mu \Delta \mathbf{u}_h^{n+1} + \nabla p_h^{n+1} = 0$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_h^{n+1} = 0.$$

$$\mathbf{u}_h^{n+1} = 0 \text{ sur } \Gamma_{\text{wall}}$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{u}_h^{n+1}}{\partial \mathbf{n}} - p_h^{n+1} \mathbf{n} = -p_{\text{in}_1}^{n+1} \mathbf{n} \text{ sur } \Gamma_{\text{in}}$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{u}_h^{n+1}}{\partial \mathbf{n}} - p_h^{n+1} \mathbf{n} = -p_{\text{out}_1}^{n+1} \mathbf{n} \text{ sur } \Gamma_{\text{out}_1}$$

$$\mu \frac{\partial \mathbf{u}_h^{n+1}}{\partial \mathbf{n}} - p_h^{n+1} \mathbf{n} = -p_{\text{out}_2}^{n+1} \mathbf{n} \text{ sur } \Gamma_{\text{out}_2}$$

$$\text{avec } \begin{cases} p_{\text{out}_1}^{n+1} = \left(\frac{\Delta t}{C_1^n} \sum_{k=0}^n \int_{\Gamma_{\text{out}_1}} \mathbf{u}^k \cdot \mathbf{n} \, ds \right) & \text{sur } \Gamma_1 \\ p_{\text{out}_2}^{n+1} = \left(\frac{\Delta t}{C_2^n} \sum_{k=0}^n \int_{\Gamma_{\text{out}_2}} \mathbf{u}^k \cdot \mathbf{n} \, ds \right) & \text{sur } \Gamma_2 \end{cases}$$

Stabilité pour le problème discret de Stokes (un peu modifié).

Sous l'hypothèse

$$0 < \Delta t < \sqrt{\frac{\rho}{2K^2} \frac{C_{1,min} C_{2,min}}{C_{1,min} + C_{2,min}}}$$

on a stabilité du schéma explicite, avec K telle que

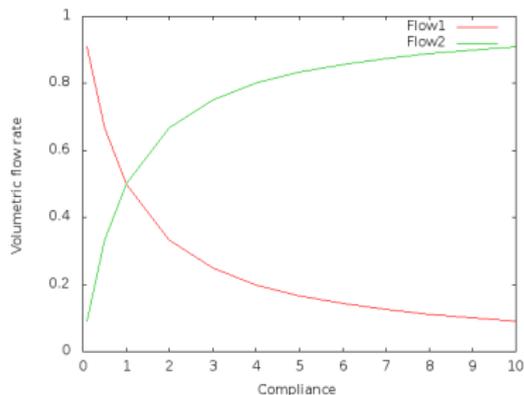
$$\left| \int_{\Gamma} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \right| \leq K \|\mathbf{v}\| \quad \forall \mathbf{v} \in \overline{\{H_0^1(\Omega, \Gamma_D), \operatorname{div} \mathbf{v} = 0\}}$$

et $C_{i,min} = \min C_i(t)$, $i = 1, 2$.

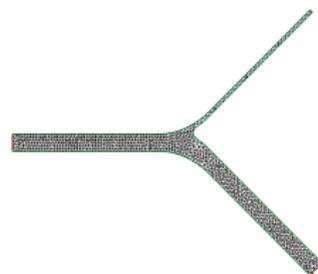
N.B. cohérent avec le dernier papier de C. Grandmont et S. Martin.

Résultats précédents

Exemple de la compliance

À T_{final} 

Bifurcation asymétrique (sortie 2 fine)



Flux d'entrée constant

Compliance sortie 1 = 1

Compliance sortie 2 = 0.1:10

Impact des conditions limites

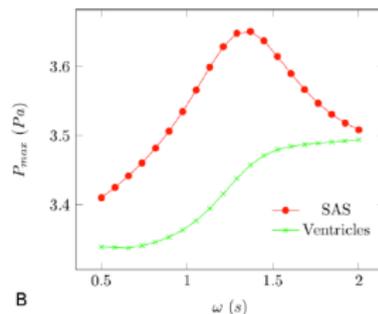
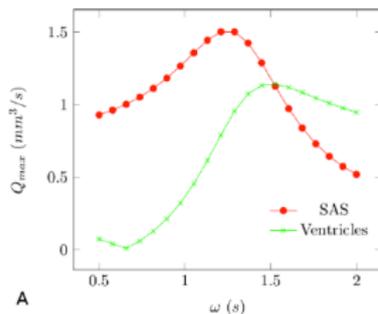
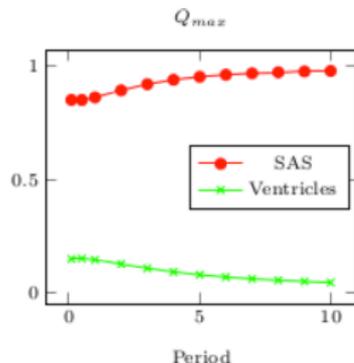


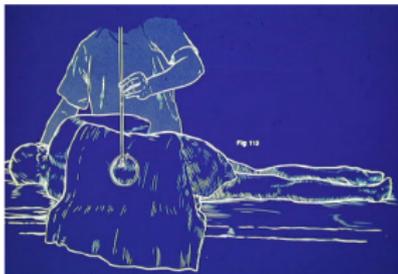
Figure: Sans compliance : aucun impact de la période ou de la fréquence sur la distribution du LCS.

Figure: Avec compliances : impact de la période ou de la fréquence sur la distribution du LCS. OK pour l'hypothèse d'Olivier !

Même question pour les écoulements veineux cérébraux : influence du rythme cardiaque ? À faire !

Valeurs des compliances ?

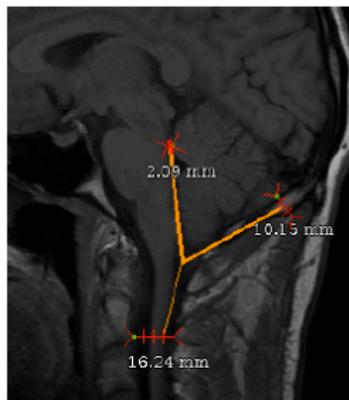
- Peu de données dans la littérature ou données animales (!)
- Grande variabilité entre patients
- \implies calcul par estimations de paramètres sur des patients



Validation : résultats de comparaison à l'expérience

Cas réel

Détermination du maillage patient-dépendant :



Détermination des paramètres :

- Données de flux provenant de mesures IRM
- Données de compliance provenant de monitoring de pression intracrânienne (si possible)

Résultats précédents

Etude de cas : Cas d'un patient injecté

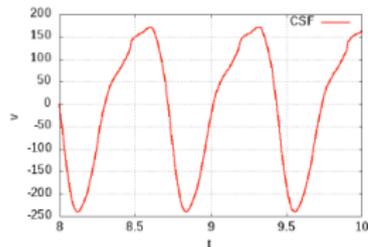


Figure: Vitesse du LCS mesurée par IRM de flux.

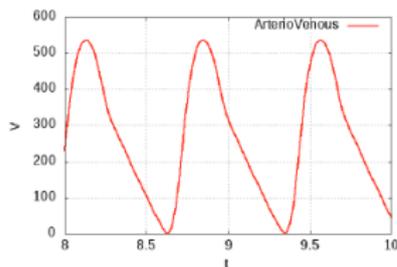


Figure: Volume artério-veineux mesuré.

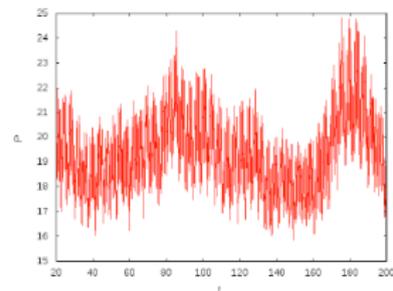


Figure: Pression mesurée par IRM de flux.

$$\Rightarrow \text{Compliance} = \frac{\Delta V}{\Delta P} \approx 190 \text{mm}^3/\text{mmHg} \text{ à diviser en trois}$$

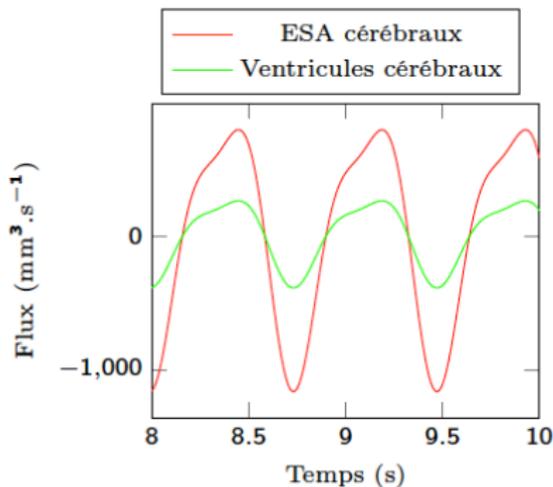
$$C_{\text{ventricules}}, C_{\text{SAS}}, (C_{\text{spinal SAS}}).$$

Simon Garnotel; Stéphanie Salmon; Olivier Balédent : Numerical Modeling of the Intracranial Pressure using Windkessel Models. *MathS In Action*, 8 no. 1 (2017), p. 9-25, doi: 10.5802/msia.11

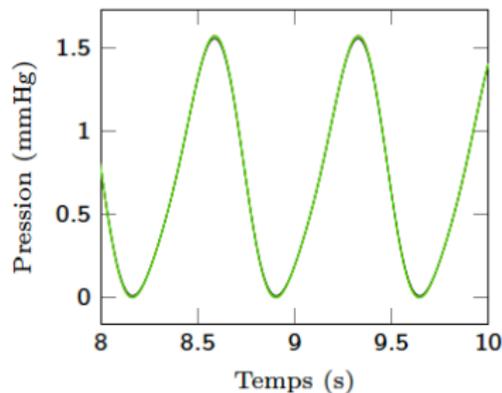
Résultats précédents

Cas pathologique

Cas pathologique

 $C_G = 1.42 \text{ mm}^3 \cdot \text{mmHg}^{-1}$ (monitoring de PIC) $C_{ESA} = 3/4 C_G$, $C_{Vent} = 1/4 C_G$ 

(a) Flux.

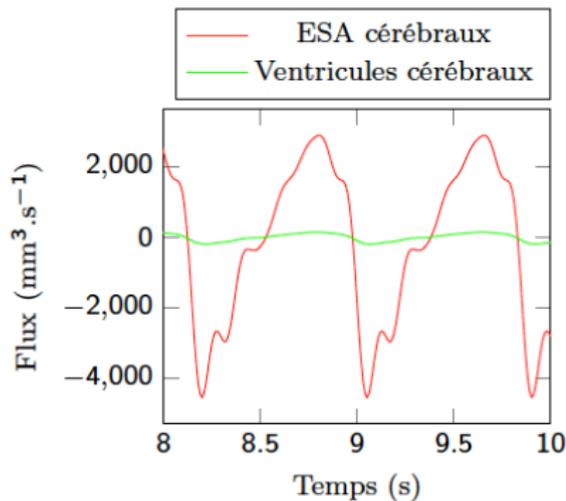


(b) Pression.

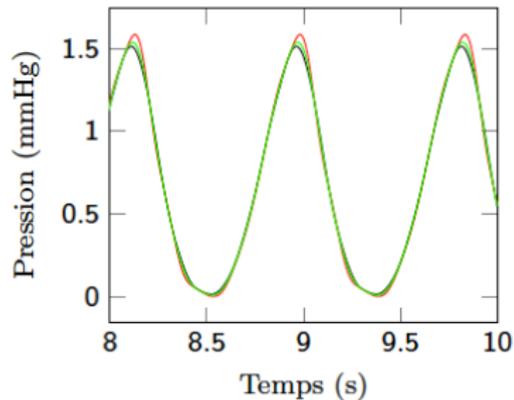
Cas sain

Cas sain

 $C_G = 4 \text{ mm}^3 \cdot \text{mmHg}^{-1}$ (pour obtenir un gradient de pression physiologique)

 $C_{ESA} = 19 / 20 C_G$, $C_{Vent} = 1 / 20 C_G$


(a) Flux.

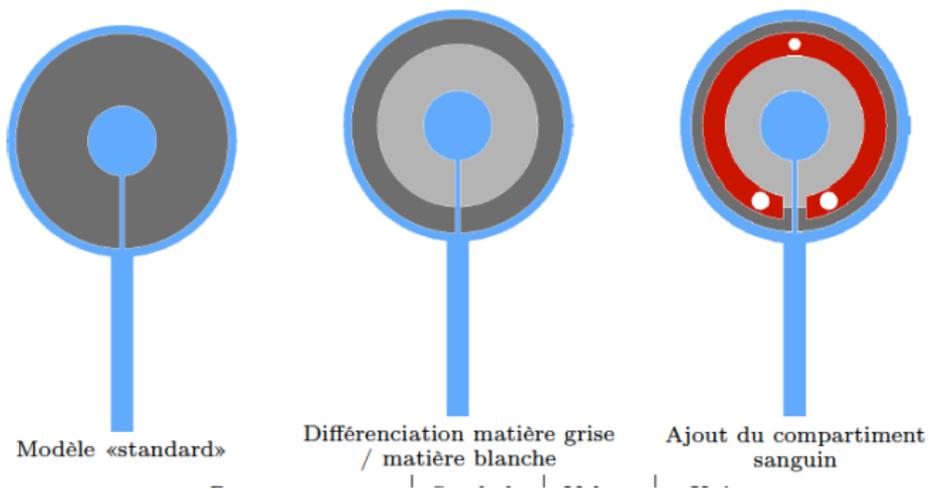


(b) Pression.

Modèle global

Géométrie plus représentative et interaction LCS / cerveau.
Interaction fluide-structure, algorithme monolithique.

S. Sy and C.M. Murea, Algorithm for solving fluid-structure interaction problem on a global moving mesh, Coupled Systems Mechanics, 2012.



Résultats précédents

Premiers résultats : cas pathologique.

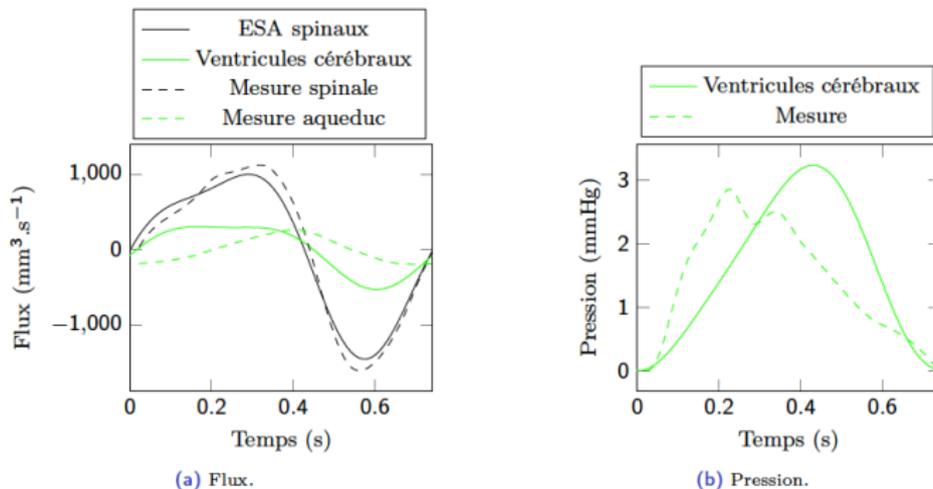
Module d'Young $E = 1500$ Pa

Figure : Cas pathologique. Comparaison des résultats et des mesures.

Premiers résultats : cas sain.

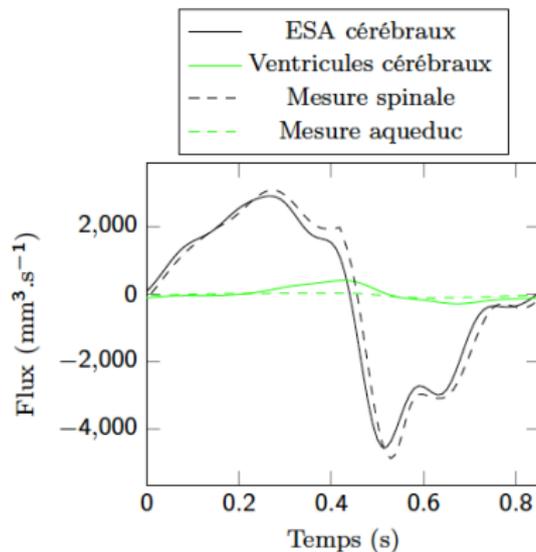
Module d'Young $E = 500 \text{ Pa}$ 

Figure : Cas sain. Comparaison des résultats et des mesures.

Conclusion des résultats préliminaires

Sur le modèle humain :

- Algorithmes de résolution validés.
- Influence importante du cycle cardiaque sur la distribution de LCS (impossible de le montrer *in vivo* !).
- Résultats en cohérence avec la physiologie : bonne amplitude de la courbe de pression mais pas l'allure.

Encore du travail ...

- résultats ... à confirmer avec d'autres données patients !
- debout/couché ?
- \implies modèle animal.

Modèle animal

Même travail sur le marmouset !

Difficultés :

- taille des structures (175 à 200 fois plus léger).
- rythme cardiaque (200 à 300 bpm).

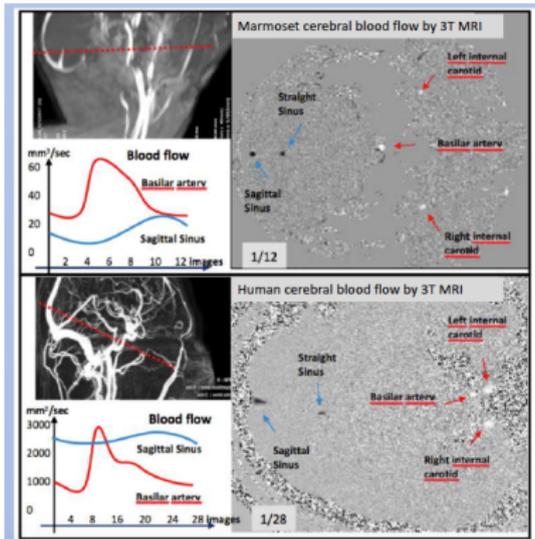
Mais

- Structures quasi identiques.
- Caractéristiques du vieillissement identiques.

⇒ Bon modèle !

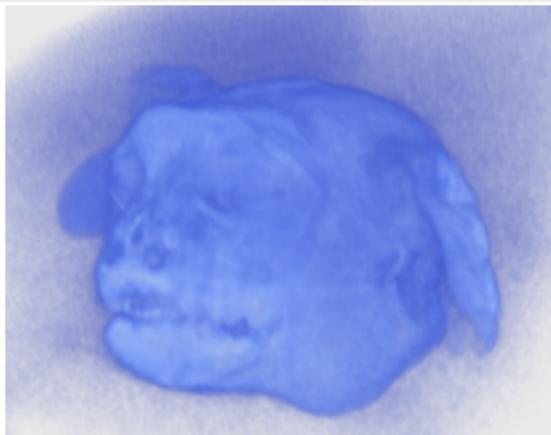
Modélisation sur l'animal

Acquisition marmouset



Modélisation sur l'animal

AngioTK sur le marmouset



Modélisation sur l'animal

AngioTK sur le marmouset

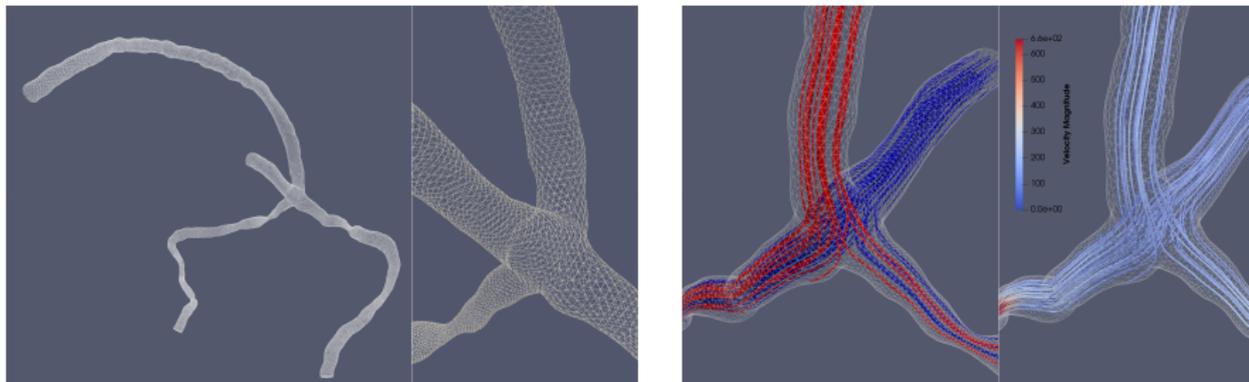


Figure: Simulation numérique sur réseau principal veineux d'un marmouset (P. Mollo).

Plan

- 1 Introduction et contexte
- 2 **Projet VIVABRAIN**
 - Présentation du projet
 - Des images à un maillage : l'outil AngioTK
 - Modélisation des écoulements veineux
 - Résultats numériques
- 3 **Projet HANUMAN**
 - Liquide Cérébro-Spinal
 - Modélisation sur l'humain
 - Résultats préliminaires sur le LCS
 - Modélisation sur l'animal
- 4 **Conclusion**

Conclusion

Sur le modèle humain :

- Algorithmes de résolution validés sur réseau veineux.
- Faire l'étude de l'influence du cycle cardiaque sur les écoulements veineux \implies influence sur la PIC et les pathologies idiopathiques associées.

Encore beaucoup de travail ...

- résultats ... à confirmer avec données patients !

Sur le modèle animal :

- Premiers résultats des biologistes : bon modèle !
- Le numérique reste à faire !